

## ESERCIZI DI GEOMETRIA LINEARE NELLO SPAZIO (C)

C1

È assegnato nello spazio un sist. di rif. cart. ort.  $O.\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}.u.$

Sono assegnati: la retta  $\mathbf{r} : \begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ 2y + z = 0 \end{cases}$ , il piano  $\pi : 2x + y + z = 0$  ed il punto  $P \equiv (1, 1, 1)$ .

Scrivere le equazioni

- 1) del piano  $\pi'$  che passa per  $P$  ed è ortogonale ad  $\mathbf{r}$ ;
- 2) del piano  $\pi''$  che passa per  $P$  ed è parallelo a  $\pi$ ;
- 3) della generica retta  $\mathbf{t}$  che passa per  $P$  ed è perpendicolare al  $\mathbf{r}$ ;
- 4) della retta  $\mathbf{s}$  che passa per  $P$  ed è ortogonale a  $\pi$ . Inoltre si chiede di determinare:
  - a) la distanza tra  $\pi$  e  $\pi''$ ;
  - b) le distanze di  $P$  da  $\mathbf{r}$  e da  $\mathbf{s}$ ;
  - c) tra le rette  $\mathbf{t}$  di cui al punto 3), quella incidente ad  $\mathbf{r}$ ;
  - d) il piano che contiene  $\mathbf{r}$  ed ha distanza massima da  $P$ .

C2

È assegnato nello spazio un sist. di rif. cart. ort.  $O.\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}.u.$

Determinare la retta  $\mathbf{t}$  che passa per il punto  $(1, 1, 1)$  ed è parallela a  $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$ . Verificare che  $\mathbf{t}$  è incidente all'asse  $\vec{z}$  e determinare la distanza dell'origine da  $\mathbf{t}$ .

C3

È assegnato nello spazio un sist. di rif. cart. ort.  $O.\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}.u.$

Si considerino le rette

$$\mathbf{r} : \begin{cases} x + y = 0 \\ z - 1 = 0 \end{cases}, \quad \mathbf{s} : \begin{cases} x + z = 1 \\ y = 0 \end{cases}, \quad \mathbf{t} : \begin{cases} x + 2z = 0 \\ y - z - 1 = 0 \end{cases}$$

Dopo aver verificato che esse sono complanari, determinando il piano che le contiene, trovare l'area del triangolo che individuano

C4

È assegnato nello spazio un sist. di rif. cart. ort.  $O.\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}.u.$

Sono date le rette

$$\mathbf{r} : \begin{cases} x + y = 0 \\ x - z = 0 \end{cases}, \quad \mathbf{s} : \begin{cases} x = 1 \\ z = -1 \end{cases}$$

Determinare le rette che passano per l'origine e sono incidenti ad  $\mathbf{r}$  e ad  $\mathbf{s}$ . Cosa descrivono queste rette nello spazio?

C5

È assegnato nello spazio un sist. di rif. cart. ort.  $O.\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}.u.$

Tra le rette che passano per il punto  $(2, -1, 0)$  e sono parallele al piano  $x + y - z = 0$ , determinare quella che forma con l'asse  $\vec{z}$  un angolo minimo.

C6

È assegnato nello spazio un sist. di rif. cart. ort.  $O.\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}.u.$

Date le rette

$$\mathbf{r} : \begin{cases} x - 1 = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}, \quad \mathbf{s} : \begin{cases} x = 0 \\ z = 1 \end{cases}$$

siano  $\pi$  un generico piano contenente  $\mathbf{r}$  e  $\pi'$  il piano contenente  $\mathbf{s}$  e perpendicolare a  $\pi$ ,  $\mathbf{t} = \pi \cap \pi'$ . Determinare  $\pi$  il modo che  $\mathbf{t}$  passi per l'origine.

C7

È assegnato nello spazio un sist. di rif. cart. ort.  $O.\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}.u.$

Sono assegnati il piano  $\alpha : x - y + z = 0$  ed il punto  $P \equiv (1, 1, 0)$ . Determinare le rette che passano per  $P$  e formano con  $\alpha$  un angolo di  $\frac{\pi}{6}$  e scrivere l'equazione del luogo descritto da queste rette. Tra di esse determinare quelle incidenti l'asse  $\vec{z}$ .

C8

È assegnato nello spazio un sist. di rif. cart. ort.  $O.\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}.u.$

Date le rette

$$\mathbf{r} : \begin{cases} x - y = 0 \\ z - 1 = 0 \end{cases}, \quad \mathbf{s} : \begin{cases} x = 1 \\ y - z = 0 \end{cases}$$

verificare che esse sono complanari, determinando il piano  $\alpha$  che le contiene. Determinare il luogo delle rette ortogonali ad  $\alpha$  ed incidenti l'asse  $\vec{z}$ .

C9

È assegnato nello spazio un sist. di rif. cart. ort.  $O.\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}.u.$

Sono assegnati il piano  $\alpha : x + y - 2z - 15 = 0$  e la retta  $\mathbf{r} : \begin{cases} x - y = 0 \\ x - z + 1 = 0 \end{cases}$ . Determinare il luogo delle rette che sono parallele ad  $\alpha$  ed incidenti ad  $\mathbf{r}$ .

C10

È assegnato nello spazio un sist. di rif. cart. ort.  $O.\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}.u.$

Determinare le equazioni della generica retta che è incidente le rette

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} x - z = 0 \\ y = 1 \end{cases}$$

ed è parallela al piano  $\vec{x}\vec{y}$ . Determinare l'equazione del luogo descritto da queste rette.

C11

Dati nello spazio due punti propri  $A, B$ , determinare il luogo dei punti equidistanti da essi. Verificare che questo luogo è il piano ortogonale al segmento  $AB$  nel suo punto medio.

C12

È assegnato nello spazio un sist. di rif. cart. ort.  $O.\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}.u.$

Dati il piano  $\alpha : 3x - y + z = 0$  e la retta  $\mathbf{r} : \begin{cases} x - y = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases}$  determinare le rette parallele ad  $\alpha$ , incidenti con  $\mathbf{r}$  ed aventi distanza 3 dal piano  $z = 5$ .

C13

È assegnato nello spazio un sist. di rif. cart. ort.  $O.\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}.u.$

Detta  $\mathbf{r}$  una retta del piano  $\vec{y}\vec{z}$  che passa per il punto  $P \equiv (0, 0, 1)$  e forma un angolo di  $\frac{\pi}{6}$  con l'asse  $\vec{z}$ , determinare le equazioni della generica retta che passa per  $P$  e forma con  $\mathbf{r}$  un angolo di  $\frac{\pi}{6}$ . Trovare il luogo descritto da queste rette.

C14

È assegnato nello spazio un sist. di rif. cart. ort.  $O.\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}.u.$

Sono dati la retta  $\mathbf{r} : \begin{cases} x - 2z = 0 \\ y = 0 \end{cases}$  ed il punto  $P \equiv (1, 1, 0)$ . Determinare le equazioni delle rette che passano per  $P$ , sono perpendicolari ad  $\mathbf{r}$  ed hanno distanza 1 da  $\mathbf{r}$ .

C15

È assegnato nello spazio un sist. di rif. cart. ort.  $O.\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}.u.$

Sono assegnati la retta  $\mathbf{r} : \begin{cases} x - y = 1 \\ x + z = 0 \end{cases}$ , il piano  $\alpha : x - 2y + z - 1 = 0$  ed il punto  $P \equiv (1, 1, 2)$ .

Detto  $P \equiv (a, b, c)$  il generico punto dello spazio, determinare:

- 1) il punto  $P_1$  simmetrico di  $P$  rispetto ad  $\mathbf{r}$ ;
- 2) il punto  $P_2$  simmetrico di  $P$  rispetto ad  $\alpha$ ;
- 3) il punto  $P_3$  simmetrico di  $P$  rispetto ad  $A$ .

Determinare il luogo  $X$  dei punti  $P$  tali che  $P_1 = P_2$ , il luogo  $Y$  dei punti  $P$  tali che  $P_1 = P_3$ , il luogo  $Z$  dei punti  $P$  tali che  $P_2 = P_3$ . Verificare che  $Y = Z$ .

C16

È assegnato nello spazio un sist. di rif. cart. ort.  $O.\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}.u.$

È assegnata la retta  $\mathbf{r} : \begin{cases} x - y = 1 \\ x + z = 0 \end{cases}$ . Determinare la retta  $\mathbf{s}$  simmetrica di  $\mathbf{r}$  rispetto al piano

$x + y = 0$ , la retta  $\mathbf{s}'$  simmetrica di  $\mathbf{r}$  rispetto alla retta  $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - z = 1 \end{cases}$ , la retta  $\mathbf{s}''$  simmetrica di  $\mathbf{r}$  rispetto al punto  $(1, 1, 1)$ .

C17

È assegnato nello spazio un sist. di rif. cart. ort.  $O.\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}.u.$

È assegnata la retta  $\mathbf{r} : \begin{cases} x + z = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$  con  $h$  parametro reale, sia  $R \in \mathbf{r}$  il suo punto generico.

Determinare la retta  $\mathbf{t}$  passante per  $\mathbf{r}$ , ortogonale ed incidente l'asse  $\vec{z}$ . Determinare il luogo descritto da  $\mathbf{t}$  al variare di  $R$  e discutere la natura di questo luogo al variare di  $h$ .

C18

È assegnato nello spazio un sist. di rif. cart. ort.  $O.\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}.u.$

Determinare le rette passanti per il punto  $(1, 1, 0, 0)$  ed aventi distanza 1 da  $O$ . Cosa descrivono queste rette nello spazio?

C19

È assegnato nello spazio un sist. di rif. cart. ort.  $O.\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}.u.$

Sono dati il piano  $\alpha : x + y - z = 0$  ed il punto  $A \equiv (1, 1, 1)$ . Detta  $H$  la proiezione ortogonale di  $A$  su  $\alpha$ , determinare il luogo dei punti  $P \in \alpha$  per i quali il triangolo  $AHP$  ha area 1.