

# UNIVERSITÀ DI CATANIA-FACOLTÀ DI INGEGNERIA

## Programma di Algebra lineare e Geometria

ANNO ACCADEMICO 2004-2005

Classe Ingegneria per l'Ambiente ed il Territorio

Docente: Prof. Giuseppe Paxia

### Algebra lineare

I) – Applicazioni tra insiemi, restrizione ed estensione di un'applicazione. Applicazioni iniettive, suriettive e biiettive. Immagine e controimmagine. Operazioni su un insieme. Strutture algebriche: gruppi, anelli, campi. Campo dei numeri complessi. Forma algebrica e forma trigonometrica. Formula di De Moivre. Radici  $n$ -me dei numeri complessi\*.

II) – Spazi vettoriali e loro proprietà. Esempi:  $K^n$ ,  $K^{m,n}$ ,  $K[X]$ . Sottospazi. Intersezione e somma di sottospazi. Dipendenza e indipendenza lineare. Criterio di indipendenza lineare\*. Generatori di uno spazio. Base di uno spazio. Metodo degli scarti successivi. Completamento di un insieme libero ad una base. Lemma di Steinitz\*. Dimensione di uno spazio vettoriale. Formula di Grassmann\*. Somme dirette. Dimensione di una somma diretta.

III) – Generalità sulle matrici. Prodotto tra matrici. Matrici trasposte. Matrici diagonali, simmetriche ed antisimmetriche. Rango di una matrice. Matrici ridotte e metodo di riduzione. Rango delle matrici ridotte. Sistemi di equazioni lineari. Teorema di Rouché Capelli. Risoluzione dei sistemi lineari col metodo di Gauss.

IV) – Determinante di una matrice quadrata e sue proprietà. Teorema di Binet\*. Primo e secondo teorema di Laplace\*. Teorema di Cramer. Teorema di Kronecker\*. Matrici invertibili. Calcolo dell'inversa di una matrice.

V) – Applicazioni lineari fra spazi vettoriali e loro proprietà. Il nucleo e l'immagine di una applicazione lineare. Iniettività, suriettività, isomorfismi. Studio delle applicazioni lineari. Matrice del cambio di base. Matrici simili.

VI) – Autovalori, autovettori ed autospazi di un endomorfismo. Calcolo degli autovalori: polinomio caratteristico. Autospazi e loro dimensione. Indipendenza degli autovettori. Endomorfismi semplici e diagonalizzazione delle matrici. Diagonalizzabilità delle matrici simmetriche.

### Geometria

I) – I vettori geometrici dello spazio ordinario. Somma di vettori. Prodotto di un numero per un vettore. Prodotto scalare. Componenti dei vettori e operazioni mediante componenti.

II) – Sistemi di coordinate nel piano e nello spazio. Coordinate omogenee e punti impropri. Rette reali del piano e loro equazioni. Mutua posizione tra rette. Ortogonalità e parallelismo. Il coefficiente angolare di una retta. Fasci di rette. Distanze. I piani dello spazio ordinario. Le rette dello spazio e vari modi di rappresentarle. Ortogonalità e parallelismo. Rette complanari e rette sghembe. Angoli fra rette e piani. Fasci di piani. Distanze.

III) – Cambiamenti di coordinate nel piano e nello spazio. Rotazioni e traslazioni. Coniche nel piano e matrici ad esse associate. Invarianti ortogonali. Riduzione di una conica a forma canonica\*. Coniche riducibili e irriducibili. Significato geometrico del rango della matrice associata ad una conica. Classificazione delle coniche irriducibili. Studio delle coniche in forma canonica. Fuochi, direttrici ed eccentricità. Iperboli equilateri. Centro ed assi di simmetria. Circonferenze. Tangenti. Cenni sui fasci di coniche.

IV) – Le quadriche e matrici ad esse associate. Quadriche riducibili e irriducibili. Vertici delle quadriche e quadriche degeneri. Riduzione di una quadrica a forma canonica\*. Classificazione affine delle quadriche. Coni e cilindri. Sfere. Rette e piani tangenti.

---

Le dimostrazioni dei teoremi contrassegnati con \* si possono omettere.

---

### **Testi consigliati**

G. Paxia, *Lezioni di Geometria*, Spazio libri, Catania, 2000.

S. Giuffrida, A.Ragusa, *Corso di Algebra Lineare*, Ed. Il Cigno G.Galilei, Roma 1998.

Garfagna A.-Piccolella L., *Complementi ed esercizi di Algebra e Geometria*, Zanichelli Bologna.