

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di laurea in Ingegneria Edile Architettura

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 30/01/09

- 1-Durata della prova: due ore e trenta.
- 2-Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.
- 3-Si possono consultare solo i libri di testo.
- 4-Usare solo la carta fornita dal Dipartimento.

I

Sia fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}.u$

1. Si considerino il punto $A = (0, 0, 4)$ e i piani $\pi : x - y + z - 1 = 0$ e $\sigma : x + z = 0$.
Determinare:
 - a) Il simmetrico A' di A rispetto al piano π .
 - b) Il piano σ' simmetrico di σ rispetto al piano π .
2. Nel piano $z = 0$ determinare la parabola \wp avente vertice $V = (1, 1)$, punto improprio $(1, 1, 0)$ e passante per il punto $(1, 0)$.
Trovare una sua forma canonica ed il cambiamento di coordinate che la determina.
3. Trovare e studiare le quadriche contenenti le due coniche

$$\gamma_1 \begin{cases} z = 0 \\ x^2 + y^2 - 2xy + x + y - 2 = 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad \gamma_2 \begin{cases} x = 0 \\ y^2 + 2z^2 + y - 2 = 0. \end{cases}$$

II

Si consideri l'endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito da:

$$f(x, y, z) = h \cdot id_{\mathbb{R}^3}(x, y, z) + g(x, y, z)$$

dove $g(x, y, z) = (-y + 3z, -x + 3z, -x - y + 4z)$, $h \in \mathbb{R}$ e $id_{\mathbb{R}^3}$ è l'applicazione identica su \mathbb{R}^3 .

1. Studiare, al variare di h , l'endomorfismo f determinando in ogni caso una base di $Ker(f)$ e $Im(f)$.
2. Studiare, al variare di h , la semplicità dell'endomorfismo, trovando quando è possibile una base di autovettori.
3. Trovare, al variare di h , la controimmagine $f^{-1}(-1, 1, 0)$.