FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di laurea in Ingegneria Edile-Architettura

Prova scritta di **Geometria** assegnata il 26/02/07

1-Durata della prova: due ore e trenta.

2-Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.

3-Si possono consultare solo i libri di testo.

4-Usare solo la carta fornita dal Dipartimento.

I

Sia data l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definita da

$$f(1,0,-1) = (h,1,1-h); \quad f(1,1,1) = (h,3h-2,h-1); \quad f(0,1,0) = (0,1-h,0)$$

1. Studiare tale applicazione, al variare di h, determinando in ogni caso una base di $Im(f)$ e $Ker(f)$.
2. Dopo avere trovato la matrice associata ad f rispetto alle basi canoniche, verificare che f è semplice per ogni valore di h e determinare, in ogni caso, una base di autovettori.
3. Trovare, al variare di h, il sottospazio V del dominio tale che $f(V) = \mathcal{L}(1,1,0)$.
4. Provare che per ogni h si ha: $Ker(f) \oplus Im(f) = \mathbb{R}^3$.

II

Sia fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}.u$

1. Studiare il fascio di coniche del piano $z = 0$ tangenti alla parabola $\wp$: $x^2+2xy+y^2-4y = 0$ nei punti in cui essa incontra l'asse $\vec{y}$.
2. Determinare l'iperbole equilatera del fascio. Trovare una sua forma canonica e il cambiamento di coordinate che l'ha determinata.
3. Trovare l'equazione del cilindro avente $\wp$ come direttrice e vertice in $V = (-1,0,-1,0)$.