FACOLTÀ DI INGEGNERIA DELL' UNIVERSITA' DI CATANIA

Corso di Laurea in Ingegneria Edile-Architettura

Prova scritta di **Geometria assegnata il 9-07-2008**

1-Durata della prova: due ore e trenta.

2-Non si può uscire dall'aula prima di aver consegnato definitivamente il compito.

3-Usare solo la carta fornita dal Dipartimento.

I

Si consideri l' applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ avente la matrice

$$M^{B,C}(f) = \begin{pmatrix} 1 & 2-h & 1 \\ 1+h & 2+h & 1 \\ 1+h & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

come matrice associata, rispetto alle due basi

$$B = \{(v_1 = (1,0,0);\ v_2 = (1,1,0);\ v_3 = (1,1,1)\} \qquad \text{e} \quad C \text{ la base canonica di } \mathbb{R}^3.$$

1. Studiare tale applicazione, al variare di h, indicando in ogni caso una base di $Ker(f)$ e $Im(f)$.
2. Studiare, al variare di h, la semplicità dell' endomorfismo, e dove possibile trovare una base di autovettori.
3. Trovare, al variare di h, la controimmagine del sottospazio $W = \{(y_1, y_2, y_3) | y_1 = y_2\}$.

II

Sia fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O\vec{x}\vec{y}\vec{z}.u$. Si considerino le rette $r : \begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases}$ ed $s : \begin{cases} x = 1 \\ z = -1 \end{cases}$.

1. Detto G un punto generico di s, sia t la retta complanare ad r e ad s e perpendicolare ad s in G.
2. Trovare il luogo descritto da t, al variare di G in s.
3. Sia data la conica $\Gamma : \begin{cases} x = 0 \\ yz - y - z = 0 \end{cases}$. Trovare e studiare la quadrica Q contenente Γ, avente in O e $X_\infty = (1,0,0,0)$ piano tangente $y + z = 0$.
4. In 3. si ottiene un fascio di coniche degeri. Trovare il luogo descritto dai loro vertici.