UNIVERSITÀ DI CATANIA

Facoltà di Ingegneria – Dipartimento di Matematica

Corso di Laurea in **Ingegneria** **Elettronica**

Prova scritta di **Geometria**, assegnata il 14 - 6 - 2000

\- - - - -

Durata della prova: tre ore.

È consentito consultare solo i libri di testo.

Usare solo la carta fornita dal Dipartimento e **riconsegnare tutti** i fogli.

Non si può uscire dall'aula se non dopo la consegna **definitiva** del compito.

I

Nello spazio è fissato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $\{O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, u\}$.

Sia γ la conica sezione del cilindro $x^2 = z$ col piano $y = z$.

1\. – Si determini il fascio Φ delle quadriche contenenti γ , tangenti in O al piano $y+z=0$ ed aventi come sezione col piano tangente la conica:

$$\begin{cases} 2x^2 + (y-z)^2 = 0 \\ y = -z \end{cases}$$

2\. – Si studino il fascio Φ delle quadriche ottenute.

3\. – Si verifichi che il paraboloide $\mathcal{Q}$ di Φ è di rotazione e si determini la retta asse di rotazione.

4\. – Si determinino, inoltre:

a) tutti i piani che secano $\mathcal{Q}$ in circonferenze;

a) tutti i piani che secano $\mathcal{Q}$ in parabole.

II

Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'endomorfismo definito dalle relazioni:

$$\begin{cases} f(\underline{v_1}) = (2,1,1,1) \\ f(\underline{v_2}) = (2,0,1,-1) \\ f(\underline{v_3}) = (0,0,0,k) \\ f(\underline{v_4}) = (h-1,-1,-2,2) \end{cases}$$

con $h, k \in \mathbb{R}$ e $\underline{v_1} = (1,1,1,0)$, $\underline{v_2} = (0,0,1,-1)$, $\underline{v_3} = (1,0,0,0)$, $\underline{v_4} = (0,0,0,1)$.

1\. – Determinare, al variare di h, k, la controimmagine $f^{-1}\big([2,1,1,0]_{\mathcal{E}}\big)$, in cui $\mathcal{E}$ è la base canonica di $\mathbb{R}^4$.

2\. – Determinare h, k in modo che risulti $f\big([1,1,3,1]_{\mathcal{E}}\big) = [0,-2,-3,5]_{\mathcal{E}}$.

3\. – Si indichi con φ il generico endomorfismo determinato al precedente punto 2 e si studi quello che ammette $\lambda = 1$ come autovalore doppio, calcolando gli autospazi e verificando che non è semplice.