

**UNIVERSITÀ DI CATANIA-FACOLTÀ DI INGEGNERIA**  
**Programma di Geometria-ANNO ACCADEMICO 2000-2001**  
**Corso di Laurea: Ingegneria Elettronica**

Docenti: **Professori:Agatino Celona-Giuseppe Paxia**

Parte I

I)–I numeri complessi, operazioni e proprietà. Forma algebrica e forma trigonometrica. Formula di Moivre. Radici  $n$ -me dei numeri complessi e loro rappresentazioni.

II)– I vettori geometrici dello spazio. La somma di vettori. Prodotto di un numero per un vettore. Prodotto scalare. Prodotto vettoriale e misto. Sistemi di coordinate nello spazio. Componenti dei vettori e operazioni mediante componenti. I vettori del piano.

III)–Geometria lineare nel piano. Coordinate cartesiane e coordinate omogenee. Rette del piano e loro equazioni. Condizioni di ortogonalità e parallelismo. Il coefficiente angolare di una retta. Fasci di rette. Distanze.

IV)–Geometria lineare nello spazio. Coordinate cartesiane e omogenee di punti dello spazio. I piani dello spazio ordinario. Le rette dello spazio e vari modi di rappresentarle. Elementi impropri e immaginari dello spazio proiettivo. Ortogonalità e parallelismo. Rette complanari e rette sghembe. Angoli fra rette e piani. Fasci di piani. Distanze.

Parte II

I) Spazi vettoriali e loro proprietà. Esempi: lo spazio  $K^n$  delle  $n$ -uple ordinate di elementi di  $K$ ; lo spazio  $K^{m,n}$  delle matrici  $m \times n$  ad elementi in  $K$ ; lo spazio  $K[X]$  dei polinomi a coefficienti in  $K$ . Sottospazi. Intersezione, unione e somma di sottospazi. Dipendenza e indipendenza lineare. Criterio di indipendenza lineare. Generatori di uno spazio. Base di uno spazio. Metodo degli scarti successivi. Completamento di un insieme libero ad una base. Lemma di Steinitz\*. Dimensione di uno spazio vettoriale. Formula di Grassmann\*. Somme dirette. Dimensione di una somma diretta\*.

II)– Matrici. Rango di una matrice. Matrici ridotte e metodi di riduzione. Prodotto fra matrici. Sistemi di equazioni lineari. Teorema di Rouché Capelli. Incognite libere. Risoluzione dei sistemi lineari col metodo di riduzione (o di Gauss). Sistemi lineari omogenei e sottospazi delle soluzioni. Sistemi lineari ad incognite vettoriali. Equazioni matriciali. Inversa di una matrice quadrata. Calcolo dell'inversa di una matrice invertibile. Determinanti delle matrici e loro principali proprietà. Primo e secondo teorema di Laplace\*. Teorema di Binet\*. Teorema di Cramer\*. Sistemi omogenei. Teorema di Kronecker\*.

III)– Applicazioni lineari fra spazi vettoriali e loro proprietà. Il nucleo e l'immagine di una applicazione lineare. Iniettività, suriettività, isomorfismi e teoremi relativi. I vari modi per assegnare una applicazione lineare. Calcolo di una base del nucleo e dell'immagine. Estensioni e restrizioni. Matrice del cambio di base. Matrici simili.

IV)– Autovalori ed autovettori di un endomorfismo. Calcolo degli autovalori: polinomio caratteristico. Autospazi e loro dimensione. Indipendenza degli autovettori. Endomorfismi semplici e diagonalizzazione delle matrici.

V)– Spazi vettoriali reali e complessi con prodotto scalare. Spazi euclidei. Norma di un vettore. Diseguaglianza di Cauchy-Schwartz\*. Basi ortonormali. Procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt\*. Complemento ortogonale di un sottospazio. Matrici unitarie, ortogonali ed endomorfismi associati. Isometrie. Matrici Hermitiane, simmetriche ed endomorfismi autoaggiunti. Teorema spettrale e sue conseguenze. Forme bilineari e matrici associate. Forme quadratiche reali. Riduzione a forma canonica di una forma quadratica.

### Parte III

I)– Cambiamenti di coordinate nel piano. Rotazioni e traslazioni. Coniche e matrici ad esse associate. Riduzione di una conica a forma canonica. Coniche riducibili e irriducibili. Invarianti ortogonali. Significato geometrico del rango della matrice associata ad una conica. Ricerca dei punti impropri di una conica. Classificazione delle coniche irriducibili. Studio delle coniche in forma canonica. Fuochi, direttrici ed eccentricità. Iperboli equilatero. Centro ed assi di simmetria. Circonferenze. Punti ciclici. Tangenti e polari. Polarità rispetto ad una conica irriducibile. Centro e diametri di una conica. Teorema di Bézout\*. Fasci di coniche. Applicazioni del metodo dei fasci per la determinazione di particolari coniche.

II)– Le quadriche e matrici ad esse associate. Quadriche riducibili e irriducibili. Vertici delle quadriche e quadriche degeneri. Riduzione di una quadrica a forma canonica. Invarianti ortogonali. Intersezioni di quadriche con rette e piani. Ricerca dei vertici delle quadriche. Classificazione delle quadriche. Coni e cilindri. Rette tangenti e piani tangenti. Quadriche di rotazione.

Le dimostrazioni dei teoremi contrassegnati con \* si possono omettere.

#### **Testi adottati**

G. Paxia: Lezioni di Geometria–Spazio libri-Catania, 2000

S. Greco–P. Valabrega: Lezioni di Geometria–Vol. I– Algebra Lineare. -1999-Levrotto e Bella Torino-

S. Giuffrida–A.Ragusa: Corso di Algebra Lineare–Ed. Il Cigno–G.Galilei. Roma 1998

A.Celona,M.G.Cinquegrani,S. Giuffrida e G. Paxia: Compiti di esami svolti, Cooperativa la Traccia (Fotocopie)

#### **La frequenza al corso è rigorosamente obbligatoria**

Coloro che avranno accumulato più di 5 assenze dovranno rifrequentare le lezioni il prossimo anno accademico.

#### **Modalità di svolgimento degli esami**

—L'esame di **Geometria** consiste di una prova scritta e di una prova orale. La prova scritta, pur essendo molto indicativa dello stato di preparazione dell'alunno, non ha carattere eliminatorio rispetto a quella orale. Nel caso di una prova scritta insufficiente lo studente viene **sconsigliato** dal presentarsi alla prova orale.

—La **verbalizzazione** dell'esame avviene nel corso della prova orale.

Ci sono tre possibili esiti dell'esame:

**“approvato con voti...”**—**“ritirato”**—**“respinto”**

Lo studente che si è ritirato nel corso dell'esame, o che viene invitato a farlo dal docente, può ripetere l'esame al secondo appello della stessa sessione, mentre lo studente respinto non lo può fare.

È importante che lo studente sappia che se si ripresenta agli esami del secondo appello dovrà rifare la prova scritta.

—Lo studente che vuole presentarsi agli esami di un dato appello di una certa sessione è tenuto a **prenotarsi** agli esami, entro tre giorni dall'inizio della prova scritta onde consentire ai docenti di predisporre le aule per le prove d'esame.

La prenotazione si effettua presso il **Centro Stampa**, sito al III blocco del Dipartimento di Matematica.

Durante le prove scritte sarà consentito agli alunni solo l'uso dei **libri di testo consigliati**.

A nessun titolo è consentito l'uso di appunti o fotocopie di sorta.

Le date delle **prove orali** verranno concordate, generalmente, nel corso delle relative prove scritte. Tali prove sono da considerarsi contestuali alle prove scritte e quindi non verranno, usualmente, concessi dei prolungamenti.