

**UNIVERSITÀ DI CATANIA-FACOLTÀ DI INGEGNERIA**  
**Programma di Geometria- ANNO ACCADEMICO 2001-2002**  
**Corso di Laurea: Ingegneria per l'Ambiente ed il Territorio**

Docente: **Prof. Giuseppe Paxia**

**Algebra Lineare:**

I)–I vettori dello spazio ordinario. La somma di vettori. Prodotto di un numero per un vettore. Prodotto scalare. Prodotto vettoriale e misto. Componenti dei vettori e operazioni mediante componenti.

II)–I numeri complessi, operazioni e proprietà. Forma algebrica e trigonometrica dei numeri complessi. La formula di Moivre. Radici  $n$ -me dei numeri complessi.

III)–Spazi vettoriali e loro proprietà. Esempi. Sottospazi. Intersezione, unione e somma di sottospazi. Dipendenza e indipendenza lineare. Criterio di indipendenza lineare. Generatori di uno spazio. Base di uno spazio. Metodo degli scarti successivi. Completamento di un insieme libero ad una base. Lemma di Steinitz\*. Dimensione di uno spazio vettoriale. Formula di Grassmann\*. Somme dirette. Dimensione di una somma diretta.

IV)–Generalità sulle matrici. Rango di una matrice. Matrici ridotte e metodi di riduzione. Rango delle matrici ridotte. Prodotto fra matrici. Sistemi di equazioni lineari. Teorema di Rouché Capelli. Incognite libere. Risoluzione dei sistemi lineari col metodo di riduzione (o di Gauss). Inversa di una matrice quadrata. Sistemi lineari omogenei e sottospazi delle soluzioni. Sistemi lineari ad incognite vettoriali. Equazioni matriciali.

V)– Determinanti delle matrici quadrate e loro principali proprietà. Primo e secondo teorema di Laplace\*. Calcolo dell'inversa di una matrice invertibile. Teorema di Binet\*. Teorema di Cramer\*. Teorema di Kronecker\*.

VI)– Applicazioni lineari fra spazi vettoriali e loro proprietà. Il nucleo e l'immagine di una applicazione lineare. Lo spazio  $L(V, W)$ . Iniettività, suriettività, isomorfismi. Isomorfismo fra  $L(V, W)$  e  $K^{m,n}$ \*. Studio delle applicazioni lineari. Matrice del cambio di base. Matrici simili.

VII)– Autovalori, autovettori e autoapazi di un endomorfismo. Calcolo degli autovalori: polinomio caratteristico. Autospazi e loro dimensione. Indipendenza degli autovettori. Endomorfismi semplici e diagonalizzazione delle matrici. Le matrici simmetriche sono sempre diagonalizzabili (conseguenza del teorema spettrale).

**Geometria**

I)–Geometria lineare nel piano. Coordinate cartesiane e coordinate omogenee. Rette reali del piano e loro equazioni. Mutua posizione di due rette. Intersezioni fra rette. Il coefficiente angolare di una retta. Fasci di rette. Distanze.

II)–Geometria lineare nello spazio. Coordinate cartesiane di punti dello spazio. I piani dello spazio ordinario. Le rette dello spazio e vari modi di rappresentarle. Elementi impropri. Ortogonalità e parallelismo. Angoli fra rette e piani. Fasci di piani. Distanze.

III)– Cambiamenti di coordinate nel piano. Rotazioni e traslazioni. Coniche e matrici ad esse associate. Riduzione di una conica a forma canonica. Coniche riducibili e irriducibili. Classificazione delle coniche irriducibili. Studio delle coniche in forma canonica. Circonferenze. Tangenti e polari. Fasci di coniche. Applicazioni del metodo dei fasci per la determinazione di particolari coniche.

IV)– Le quadriche e matrici ad esse associate. Quadriche irriducibili. Vertici delle quadriche e quadriche degeneri. Riduzione di una quadrica a forma canonica. Classificazione delle quadriche. Coni e cilindri. Sezioni di quadriche con rette e piani. Rette e piani tangenti. Polarità rispetto ad una quadrica irriducibile.

Le dimostrazioni dei teoremi contrassegnati con \* si possono omettere.

### Testi consigliati

G. Paxia: Lezioni di Geometria–Spazio Libri Catania, 2000

N. Chiarli–S. Greco–P. Valabrega: 100 Pagine di Algebra Lineare– Levrotto e Bella Torino-

S. Giuffrida–A.Ragusa: Corso di Algebra Lineare–Ed. Il Cigno–G.Galilei. Roma 1998

G. Cervelli e A. Di Lello: Geometria–Esercizi svolti–Clut Torino

### Modalità di svolgimento degli esami

Innanzitutto la frequenza ai corsi è **obbligatoria**. Coloro che non avranno frequentato almeno il 70% delle lezioni non otterranno l’attestato di frequenza e non potranno sostenere gli esami. Tali studenti dovranno rifrequentare il corso l’anno prossimo.

—L’esame di **Elementi di Algebra e di Geometria** consiste di una prova scritta e di una prova orale.

Se la disponibilità delle aule lo consentirà, lo studente potrebbe avvalersi di due prove **in itinere**, sostitutive della prova scritta.

La prova scritta è molto indicativa dello stato di preparazione dell’alunno.

Nel caso di una prova scritta insufficiente lo studente viene **sconsigliato** dal presentarsi alla prova orale.

—La **verbalizzazione** dell’esame avviene nel corso della prova orale.

Ci sono tre possibili esiti dell’esame:

“**approvato con voti...**” — “**ritirato**” — “**respinto**”

Lo studente che si è ritirato nel corso dell’esame, o che viene invitato a farlo dal docente, può ripetere la prova al secondo appello della stessa sessione, mentre lo studente respinto non lo può fare.

Lo studente che si ripresenta agli esami della stessa sessione, purchè non respinto, dovrà rifare la prova scritta.

—Lo studente che vuole presentarsi agli esami di un dato appello di una certa sessione è tenuto a **prenotarsi** agli esami, entro tre giorni dall’inizio della prova scritta onde consentire ai docenti di predisporre le aule per le prove d’esame.

La prenotazione si effettua presso la Segreteria, rivolgendosi al personale addetto.

Durante le prove scritte sarà consentito agli alunni solo l’ uso dei **libri di testo consigliati**.

Le date delle **prove orali** verranno concordate, generalmente, nel corso delle relative prove scritte. Tali prove sono da considerarsi contestuali alle prove scritte e quindi non verranno, usualmente, concessi dei prolungamenti.